Modelo competitivo con producción:

- mercado laboral: w_t
- mercado accionario: ϑ_{jt} $\longrightarrow$ valor de mercado de la firma j en el periodo t.

Problema de la firma:

$$\max_{l_1,\dots,l_T} \sum_{t=1}^{T} \frac{f(l_{jt})-w_t}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})}$$

Solución: $\boxed{f'(l_{jt}) = w_t}$

Problema del hogar:

$$\max_{\substack{c_t, n_t,\\ b_t, \theta_{ijt}}} \sum_{t=1}^{T} \beta^{t-1}\left(\ln c_t + \gamma \ln (H-n_t)\right) \quad \text{s.a.}$$

$$c_t + b_t + \sum_{j=1}^{J} \vartheta_{jt}\left(\theta_{ijt} - \theta_{ijt-1}\right)$$
$$= w_t n_t + (1+r_{t-1})b_{t-1} + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ijt-1}\pi_j(w_t)$$

$$\Rightarrow \boxed{\underbrace{1+r_t}_{\text{retorno de invertir en bonos}} = \underbrace{\frac{\pi_j(w_{t+1}) + \vartheta_{jt+1}}{\vartheta_{jt}}}_{\text{retorno de invertir en la firma } j.}}$$

$\longleftarrow$ condición de no arbitraje.

$\Rightarrow$ en equilibrio el hogar es indiferente entre invertir en bonos o invertir en firmas.

No es posible determinar qué % de los recursos que el hogar quiere transferir de un periodo al otro se destina a invertir en bonos vs firmas.

$\Rightarrow$ Vamos a ignorar el mercado accionario en el problema del hogar y vamos a asumir que el hogar solamente transfiere recursos en el tiempo a través de bonos:

$$\boxed{c_t + b_t = w_t n_t + (1+r_{t-1})b_{t-1} + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij0}\pi_j(w_t)}$$

Resolviendo el problema:

- $\frac{C_{t+1}}{C_t} = \beta(1+r_t)$ → euler.

- $\frac{\gamma C_t}{H-n_t} = w_t$ → intratemporal.

- $c_t + b_t = w_t n_n + (1+r_{t-1})b_{t-1} + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ijo}\pi_j(w_t)$ → restricción presupuestal.

Equilibrio: con agente representativo:

$$\boxed{b_t = 0} \qquad \sum_{i=1}^{I} b_{it} = 0 \qquad \begin{matrix} b_{it} > 0 \\ b_{jt} < 0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_t = y_t}$$
$$n_t = l_t$$

$$\frac{\gamma C_t}{H-\underset{l_t}{n_t}} = w_t \ , \qquad w_t = (1-\alpha)A_t l_t^{-\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma c_t}{H-l_t} = (1-\alpha)A_t l_t^{-\alpha} \cdot \frac{l_t}{l_t} = \frac{(1-\alpha)\overbrace{A_t l_t^{1-\alpha}}^{=y_t}}{l_t} = \frac{(1-\alpha)y_t}{l_t}$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma \cancel{c_t}}{H-l_t} = \frac{(1-\alpha)\cancel{y_t}}{l_t} \Rightarrow \frac{\gamma}{H-l_t} = \frac{(1-\alpha)}{l_t}$$

$$\Leftrightarrow \gamma l_t = (1-\alpha)H - (1-\alpha)l_t \Rightarrow (1-\alpha+\gamma)l_t = (1-\alpha)H$$

$$\Rightarrow \boxed{l_t^* = \frac{(1-\alpha)H_t}{1-\alpha+\gamma}}$$

$$\Rightarrow \boxed{y_t^* = A_t\left(\frac{(1-\alpha)H}{1-\alpha+\gamma}\right)^{1-\alpha}} \qquad \boxed{C_t^* = A_t\left(\frac{(1-\alpha)H_t}{1-\alpha+\gamma}\right)^{1-\alpha}}$$

$$1+r_t = \frac{C_{t+1}}{\beta C_t}$$

$$\Rightarrow \boxed{1+r_t = \frac{A_{t+1}\left(\frac{(1-\alpha)H_{t+1}}{1-\alpha+\gamma}\right)^{1-\alpha}}{\beta A_t\left(\frac{(1-\alpha)H_t}{1-\alpha+\gamma}\right)^{1-\alpha}}}$$

Valor de las firmas en equilibrio:

T finito. $\quad \vartheta_{jT} = 0$

$T-1$: $\quad 1+r_{T-1} = \dfrac{\pi_j(w_T) + \cancel{\vartheta_{jT}}^{\,0}}{\vartheta_{jT-1}} = \dfrac{\pi_j(w_T)}{\vartheta_{jT-1}}$

$$\Rightarrow \boxed{\vartheta_{jT-1} = \frac{\pi_j(w_T)}{1+r_{T-1}}}$$

$T-2$: $\quad 1+r_{T-2} = \dfrac{\pi_j(w_{T-1}) + \vartheta_{jT-1}}{\vartheta_{jT-2}}$

$$\vartheta_{jT-2} = \frac{\pi_j(w_{T-1})}{1+r_{T-2}} + \frac{\vartheta_{jT-1}}{1+r_{T-2}}$$

$$\boxed{\vartheta_{jT-2} = \frac{\pi_j(w_{T-1})}{1+r_{T-2}} + \frac{\pi_j(w_T)}{(1+r_{T-2})(1+r_{T-1})}}$$

$$\boxed{\vartheta_{jt} = \sum_{\tau=t+1}^{T} \frac{\pi_j(w_\tau)}{(1+r_t)(1+r_{t+1})\cdots(1+r_{\tau-1})}}$$

ganancias generadas por la firma j entre los periodos t y T traídas a valor presente.

$$\boxed{\vartheta_{j1} = \sum_{\tau=2}^{T} \frac{\pi_j(w_t)}{(1+r_1)\cdots(1+r_{t-1})}}$$

Política fiscal en el modelo dinámico con producción:

Asumamos que estamos en economía de agente representativo: $I=1$, $J=1$.

Impuesto al ingreso:

- Tasa de impuesto: τ_t^y
- Recaudo del gobierno es devuelto al hogar por medio de una transferencia de suma fija Ω_t.

base gravable: $\underbrace{w_t n_t}_{\text{ing. laborales}} + \underbrace{\pi_t}_{\text{ing. capital}} + \underbrace{r_{t-1} b_{t-1}}_{\text{ing. por intereses.}}$

$T_t = \tau_t^y (w_t n_t + \pi_t + r_{t-1} b_{t-1})$

Restricción presupuestal:

$$c_t + b_t = w_t n_t + (1+r_{t-1}) b_{t-1} + \pi(w_t) + \Omega_t - T_t$$

$$\Rightarrow c_t + b_t = (1-\tau_t^y) w_t n_t + \left(1 + (1-\tau_t^y) r_{t-1}\right) b_{t-1} + (1-\tau_t^y)\pi_t + \Omega_t$$

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{T} \beta^{t-1}\left(\ln c_t + \gamma \ln (H-n_t)\right) + \sum_{t=1}^{T} \lambda_t \Big((1-\tau_t^y) w_t n_t + \left(1 + (1-\tau_t^y) r_{t-1}\right) b_{t-1} + (1-\tau_t^y)\pi_t + \Omega_t - c_t - b_t \Big)$$

Condiciones de optimalidad:

$$\frac{\gamma c_t}{H-n_t} = (1-\tau_t^y) w_t \longrightarrow \text{intra.} \qquad w_t = (1-\alpha) A_t l_t^{-\alpha}$$

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \beta\left(1 + (1-\tau_t^y) r_t\right) \longrightarrow \text{Euler.}$$

$c_t = y_t$

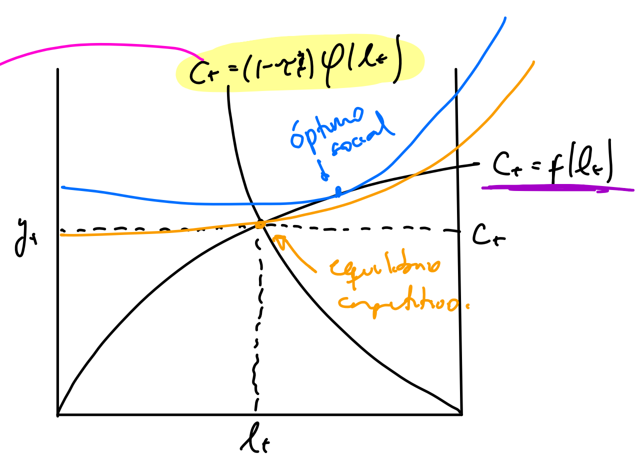
$l_t = n_t$

$$\Rightarrow \frac{\gamma c_t}{H-\cancel{n_t}\, l_t} = (1-\tau_t^y)(1-\alpha) A_t l_t^{-\alpha} \cdot \frac{l_t}{l_t} = \frac{(1-\tau_t^y)(1-\alpha) y_t}{l_t}$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma \cancel{c_t}}{H-\cancel{n_t}\, l_t} = \frac{(1-\tau_t^y)(1-\alpha) \cancel{y_t}}{l_t} \Rightarrow \frac{\gamma}{H-l_t} = \frac{(1-\tau_t^y)(1-\alpha)}{l_t}$$

$$\Rightarrow \boxed{l_t = \frac{(1-\alpha) H}{1-\alpha + \frac{\gamma}{1-\tau_t^y}}}$$

$$\underbrace{\frac{\gamma c_t}{H-l_t}}_{TMS} = (1-\tau_t^y) \underbrace{(1-\alpha) A_t l_t^{-\alpha}}_{f'(l_t)}$$



$$\Rightarrow TMS = (1-\tau_t^y) f'(l_t)$$

$$\boxed{y_t = A_t \left(\frac{(1-\alpha) H_t}{1-\alpha+\frac{\gamma}{1-\tau_t^y}} \right)^{1-\alpha} = C_t}$$

$$1+(1-\tau_t^y)\, r_t = \frac{C_{t+1}}{\beta C_t}$$

$$\boxed{1+(1-\tau_t^y)\, r_t = \frac{A_{t+1}\left(\frac{(1-\alpha) H_{t+1}}{1-\alpha+\gamma/(1-\tau_{t+1}^y)}\right)^{1-\alpha}}{\beta A_t \left(\frac{(1-\alpha) H_t}{1-\alpha+\gamma/(1-\tau_t^y)}\right)^{1-\alpha}}}$$

So, $\tau_t^y \uparrow \Rightarrow l_t \downarrow \Rightarrow y_t \downarrow,\ C_t \downarrow \Rightarrow \tilde{r}_t = (1-\tau_t^y)\, r_t \Uparrow$